

Формиране  
на ключови  
компетентности  
при изучаване  
на математика  
с динамични  
конструкции

---

Практически семинар

---

Лектор: доц. д-р Тони Чехларова

---

Европейският парламент и Съветът на Европейския съюз приеха през 2006 г. Препоръки относно ключовите компетентности, необходими за удовлетворителна личностна и социална реализация. В този документ са обособени следните осем ключови компетентности:

- 1. Комуникация на роден език (Communication in the mother tongue)**
- 2. Комуникация на чужди езици (Communication in foreign languages)**
- 3. Математическа компетентност и основни компетентности в областта на природните науки и технологиите (Mathematical competence and basic competences in science and technology)**
- 4. Дигитална компетентност (Digital competence)**
- 5. Умение за самостоятелно учене (Learning to learn)**
- 6. Социални и граждански компетентности (Social and civic competences)**
- 7. Усет за инициатива и предприемачество (Sense of initiative and entrepreneurship)**
- 8. Усет за (и подобаващо отношение към) културата и към изявяването (Cultural awareness and expression).**

Формирането на тези компетентности е продължителен процес. Той обхваща целия съзнателен живот, но училищното образование има основополагаща роля в него чрез разнообразни образователни и възпитателни въздействия във всички учебни предмети, както и в цялостния процес на учене.

Чрез всяка дейност в обучението по математика се създават условия за развитие на няколко от посочените ключови компетентности.

Долу ще отделим някои задачи, чрез които може да се постави целенасочено акцент върху конкретна ключова компетентност.

Стъпваме на опита ни относно:

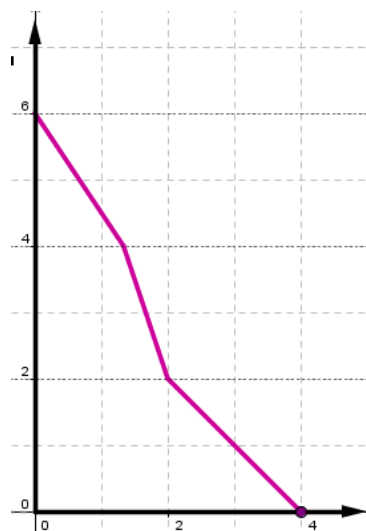
- резултатността на изследователския подход в образованието
- възможностите на новите образователни среди, основани на съвременните софтуерни системи
- използването на новите комуникационни технологии
- организиране на самостоятелната работа в класни и извънкласни форми на обучение
- рефлексията в образованието
- мотивирането за математическа работа.

## 1. КОМУНИКАЦИЯ НА РОДЕН ЕЗИК

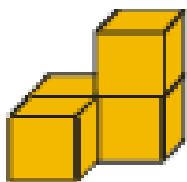
**Задача 1.1.** Задайте възможно най-много въпроси, свързани със ситуацията на снимката. Обсъдете възможности за намиране на отговор с посочена точност.



**Задача 1.2.** Измислете история по показаната графика.

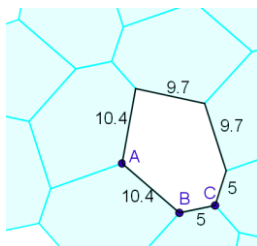


**Задача 1.3.** Опишете с думи конструкцията по три различни начина. Предвидете типични грешки на учениците при решаване на задачата и контрапримери по тези грешки.



**Задача 1.4.** Опишете динамичната конструкция на адрес

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d18527.html>  
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d18527.ggb>.



**Задача 1.5.** Постройте модел на „пулсиращо сърце“. Създайте динамична валентинка.

Можете да модифицирате файлове от Виртуалния училищен кабинет по математика, например

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25054.html>

както и материала на адрес

<http://www.math.bas.bg/omi/mascil/resources.html>



**Задача 1.6.** Анализирайте решаването на задачата от гледна точка на комуникация на роден език: „Иван трябва да измине 8 км до фонтана, около който ще се проведе празник на математиката. Той изминал половината от пътя със скорост 6 км/ ч. Ако продължи да се движи с тази скорост, ще закъснее 10 мин за началото. С колко трябва да увеличи скоростта си, за да стигне навреме?“

**Задача 1.7.** Съставете задача по аналогия на задачата „Намерете отношението на обемите на два куба с ръбове съответно 1 м и 3 м“.

**Задача 1.8.** Посочете значения на:

- корен
- страна
- мода
- медиана
- хипербола
- звезда

**Задача 1.9.** Запишете любимия си виц. Направете му анализ от математическа гледна точка.

**Задача 1.10.** Запишете символично задачата „Намерете диаметъра на окръжност, вписана в равнобедрен трапец, ако дължината на средната му отсечка е 10 см и има ъгъл  $150^\circ$ ”.

**Задача 1.11.** Математическа диктовка. Запишете:

пет седми	
пет цяло и седем стотни	
четири десети	
дванадесет хиляди сто петдесет и шест цяли и три стотни	

Опишете типичните грешки на учениците при решаване на задачата.

**Задача 1.12.** Разкодирайте думите.

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d23090.html>



RNHOMQBX

RVALOQVBY

BXNTBMQTBM

xqvwonny

Кодирайте името си.

Кодирайте избрана от Вас мисъл.

## 2. КОМУНИКАЦИЯ НА ЧУЖДИ ЕЗИЦИ

**Задача 2.1.** За подготовка на ученици за състезание искате да използвате информация от сайт: <http://olympiads.mccme.ru/mmo/>

Посочете варианти за справяне, ако не знаете съответния език.

**Задача 2.2.** Отборно състезание „30 задачи на 30 езика” е създадено от Ивайло Кортезов. Всяка от задачите е на различен европейски език и е снабдена с 5 избираеми отговора, от които трябва да се открие единственият верен. Малък бонус носи и откриването на езика на всяка от задачите.

[1] Mitu täisarvu  $n$  rahuldavad võrratusi  $2006 < 200+6n < 6002$  ?  
A) 665 B) 666 C) 667 D) 668 E) 669

[2] Во една паралелка има 36 деца. Бројот на машки спрема бројот на девојчиња се однесува како 4:5. Колку девојчиња има во паралелката?  
A) 5 B) 15 C) 16 D) 20 E) 25

[3] Μέσα σε κύκλο  $\kappa(O; r)$  εγγράφουμε ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ. Μέσα στο τρίγωνο ΑΒΓ εγγράφουμε κύκλο  $\kappa'$  και μέσα στον κύκλο  $\kappa'$  εγγράφουμε τετράγωνο ΠΡΣΤ. Να βρεθεί η πλευρά του τετραγώνου ΠΡΣΤ συναρτήσει του  $r$ .

A)  $r/4$  B)  $r/(2\sqrt{2})$  C)  $r/2$  D)  $r/(\sqrt{2})$  E)  $r$

[4] У прямокутному трикутнику висота, яка опущена з вершини прямого кута, дорівнює 6см, а гострий кут дорівнює  $75^\circ$ . Знайдіть довжину гіпотенузи трикутника, в см.

A) 15 B) 18 C) 21 D) 24 E) 30

[6] Et kvadrat endres til et rektangel ved at to sider økes med  $x\%$  ( $x > 0$ ) og de to andre sidene mindes med  $2x\%$ . Arealet mindes da med  $12\%$ . Verdien av  $x$  er da  
 A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

[7] Quel est le reste de la division de 32006 par 11?  
 A) 1 B) 3 C) 4 D) 5 E) 9

[11] У квадрате, старана якога роўна 8см, сярэдзіны дзвюх сумежных старон злучаны паміж сабой і з процілеглай вяршыняй квадрата. Знайсці плошчу атрыманага трохвугольніка (у см<sup>2</sup>).  
 A) 12 B) 16 C) 20 D) 22 E) 24

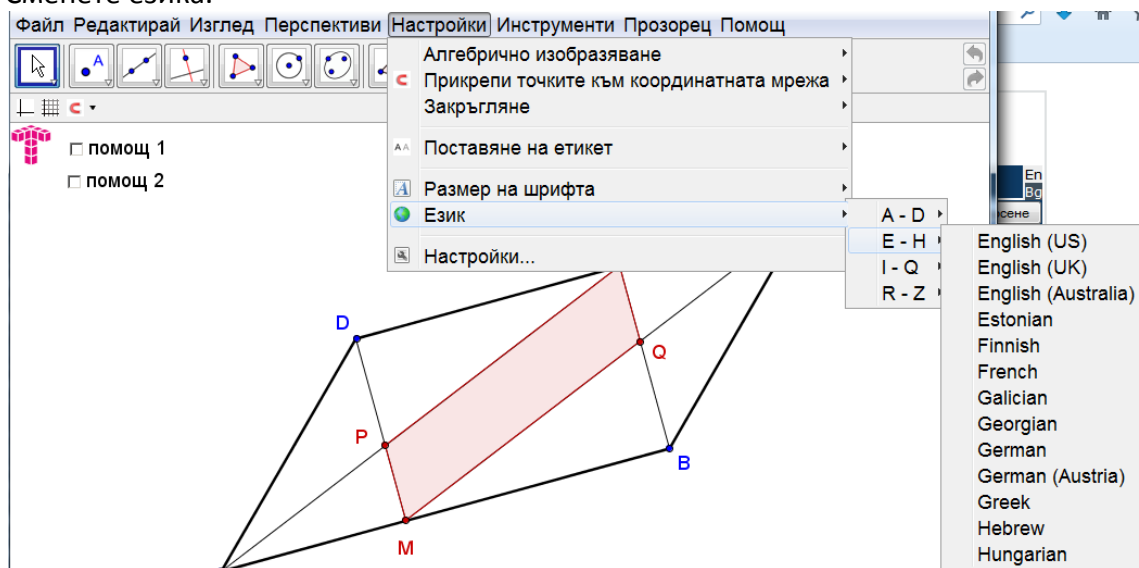
Цялата примерна тема можете да намерите на адрес.  
[http://www.math.bas.bg/talents/bg/math/30na30\\_problems\\_Z.pdf](http://www.math.bas.bg/talents/bg/math/30na30_problems_Z.pdf)

Опишете трудности при решаването и начини за справяне. Как бихте организирани подготовка на учениците си за това състезание?

**Задача 2.3. Отворете Gefgebra файла на адрес**

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/en/ggb/d18107.ggb>

Сменете езика.



Посочете вариант за използване на Gefgebra файл, разработен на испански език.

### 3. МАТЕМАТИЧЕСКА КОМПЕТЕНТНОСТ И ОСНОВНИ КОМПЕТЕНТНОСТИ В ОБЛАСТТА НА ПРИРОДНИТЕ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИИТЕ

**Задача 3.1.** Направете хипотеза за геометричното място на центровете на правилните триъгълници, вписани в правилен :

- четириъгълник
- петоъгълник
- шестоъгълник
- седмоъгълник
- осмоъгълник
- деветоъгълник
- десетоъгълник.

Направете хипотеза за вписване на квадрат в правилен:

- четириъгълник
- петоъгълник
- шестоъгълник
- седмоъгълник
- осмоъгълник
- деветоъгълник
- десетоъгълник.

Направете обобщения.

Формулирайте по аналогия задачи. Формулирайте съответните хипотези.

При необходимост можете да използвате файловете на адреси

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d18313.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d18314.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d18315.html>

и други от

[www.math.bas.bg/omi/cabinet/](http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/)

[Chehlarova, T., E. Sendova. Finding geometric patterns as a game of dynamic explorations. Scientia iuvenis, Book of Scientific Papers, Scientific guarantee: prof. RNDr. Lubomir Zelenicky, CSc. Slovak republic, Constantine the Philosopher University in Nitra, 2013, pp. 487-494 ISBN 978-80-558-0390-6](#)

**Задача 3.2.** Потърсете връзка между броя на диагоналите и броя на страните в правилен многоъгълник.

Организирайте експеримент. Опишете данните в таблица. Открийте закономерности.

При необходимост можете да използвате файловете на адреси

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d15063.ggb>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d15063.html> .



**Задача 3.3.** Открийте закономерности в Периодичната таблица на химичните знаци. Използвайте ресурс на адрес

[http://www.math.bas.bg/omi/docs/Periodichna\\_sistema/index.htm](http://www.math.bas.bg/omi/docs/Periodichna_sistema/index.htm)

**ЗАКОНОМЕРНОСТИ В ПЕРИОДИЧНАТА СИСТЕМА**

7. клас

**ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПО ГРУПИ**

**Задача 2.** Открийте закономерност между номерата на елементите по групи. (включи водорода към халогенната група, както е в някои таблици, заради сходства с елементите от тази група)

Групи = 1

1 H водород 1.0	2 He хелий 4.00							10 Ne неон 20.18
3 Li литий 6.9	4 Be берилий 9.0		5 B бор 10.8	6 C въглерод 12	7 N азот 14	8 O кислород 16	9 F флуор 19	18 Ar аргон 39.95
11 Na натрий 23	12 Mg магнезий 24.31		13 Al алуминий 27	14 Si силиций 28.1	15 P фосфор 30.97	16 S сера 32.1	17 Cl киселород 35.5	36 Kr криpton 83.80
19	20		31	32	33	34	35	54 Xe ксенон 131.3

помощ

I    II    III    IV

3	4	5	6
11	12	13	14
19	20	31	32
37	38	49	50
55	56	81	82
87	88		

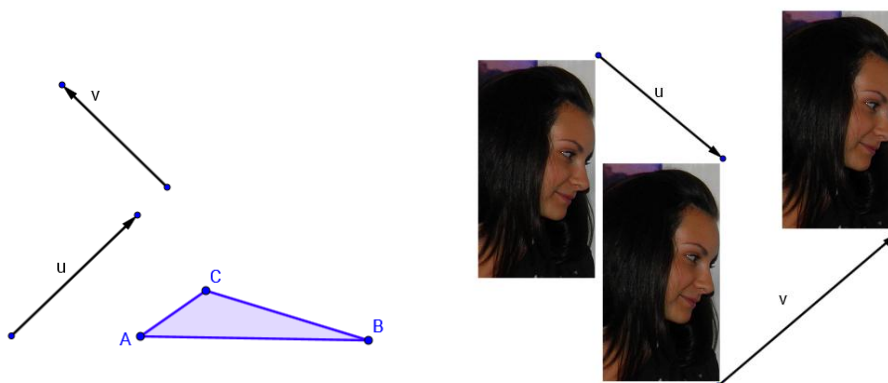
V    VI    VII    VIII

**Задача 3.4.** Посочете примери за симетрия в:

- кристалите
- растителния свят
- животинския свят
- техниката.



**Задача 3.5.** Еднаквост ли е произведението на две транскации? Транслация ли е? Разгледайте частни случаи като: двата вектори са равни; двата вектори са противоположни, единият вектор е нулев и др.



Можете да използвате файловете на адресите:

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d20100.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d20101.html>

Използвайте бутоните и наблюдавайте стъпките на построяване. Наблюдавайте резултата на произведението на две транскации. Формулирайте хипотези. Проверете за няколко случая верността на хипотезите.

Изследвай произведението на две транскации за комутативност.

Можете да използвате файл на адрес:

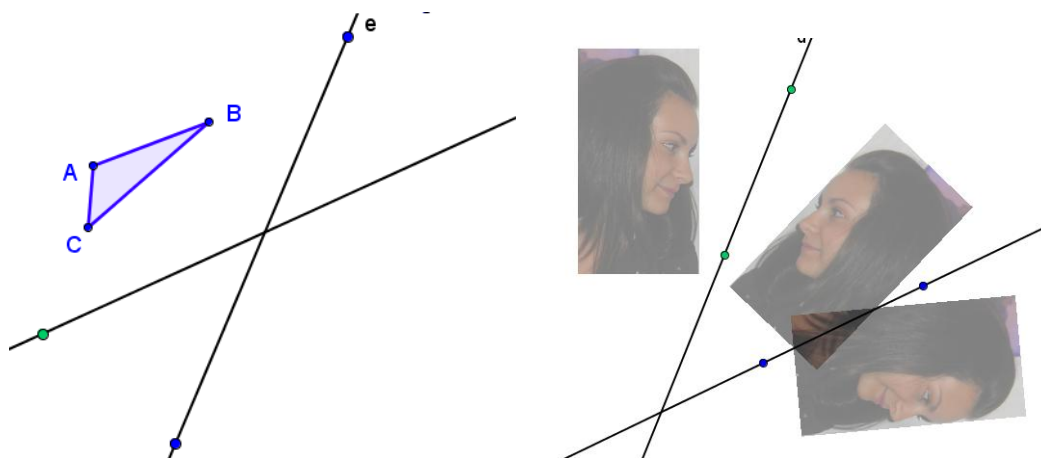
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d20102.html>

Еднакви ли са произведението на две осев симетрии? Осева симетрия ли е произведението на две осев симетрии?

Можете да използвате файловете на адресите:

[http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html\\_old/d20104.html](http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html_old/d20104.html)

[http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html\\_old/d20105.html](http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html_old/d20105.html)



Наблюдавайте стъпките на построение с навигационната лента. Опитайте се да обосновате резултата. Използвайте ориентацията на фигурите.

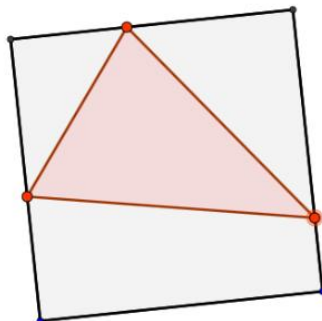
Изследвай произведението на две осев симетрии за комутативност.

Можете да използвате файл на адрес:

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d20106.html>

Изследвайте частни случаи.

**Задача 3.6.** Формулирайте хипотези, свързани с динамичната конструкция на адрес



<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d18398.html> .

## 4. ДИГИТАЛНА КОМПЕТЕНТНОСТ

**Задача 4.1.** Потърсете информация за:

- икосаедъра
- структурата на снежинката
- състезание „Математика с компютър“
- конференция „Динамична математика в образованието“
- Виртуален училищен кабинет по математика.

Споделете с подходяща аудитория.

**Задача 4.2.** Намерете лицето на:

- $\triangle ABC$ , ако  $A(12,4;5,6)$ ,  $B(-4,1;3,25)$ ,  $C(-1,72;-7,3)$ ;
- триъгълник със страна  $15,45\text{ m}$  и прилежащи ъгли  $35^\circ$  и  $42,5^\circ$ ;
- парцела, очертан в жълт цвят и на всеки от парцелите, с които има общи граници.



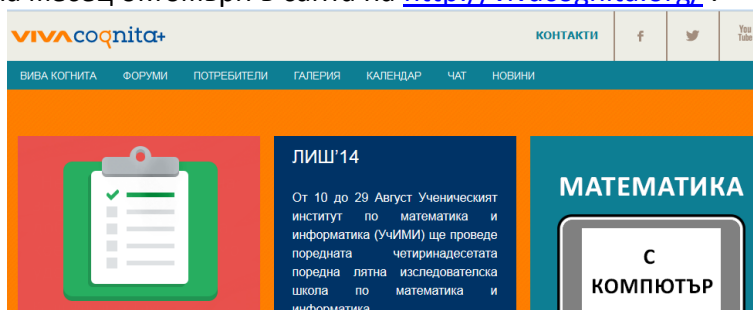
**Задача 4.3.** Създайте модел, основан на ротационна симетрия и изпратете на адрес [dmath.omi@gmail.com](mailto:dmath.omi@gmail.com)

**Задача 4.4.** Споделете информация с общността на Vivacognita.

Проучете Тема на месец август в сайта на <http://vivacognita.org/>.

Проучете Тема на месец септември в сайта на <http://vivacognita.org/>.

Проучете Тема на месец октомври в сайта на <http://vivacognita.org/>.



**Задача 4.5.** Организирайте дейности във виртуална среда за домашна работа.

Споделете.



**Задача 5.4.** Опишете организиране на самостоятелна работа с виртуален ресурс при изучаване на .....

**Задача 5.5.** Посочете указания към учениците при разработване на индивидуален проект.

**Задача 5.6.** Посочете указания към учениците при разработване на групов проект.

**Задача 5.7.** Направете проучване за:

- публикации за изследователския подход в математическото училищно образование
- оценяването в българското училищно образование
- методите за решаване на квадратни неравенства.

## 6. СОЦИАЛНИ И ГРАЖДАНСКИ КОМПЕТЕНТНОСТИ

**Задача 6.1.** направете прогноза по данните от:

- графиката
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- диаграмата.

**Задача 6.2.** Споделете опит за използване на игровия метод в обучението по математика с изявен ефект за:

- решаване на конфликт между двама ученика
- приобщаване на нов ученик със специални потребности

## 7. УСЕТ ЗА ИНИЦИАТИВА И ПРЕДПРИЕМАЧЕСТВО

**Задача 7.1.** Разделете класа на две групи и поставете задача, за решаването на която е подходящо разделяне на дейностите.

**Задача 7.2.** Посочете примери за самостоятелно вземане на решение в часовете по математика при:

- решаване на задача
- организиране на проверка на домашна работа
- организиране на празник на математиката

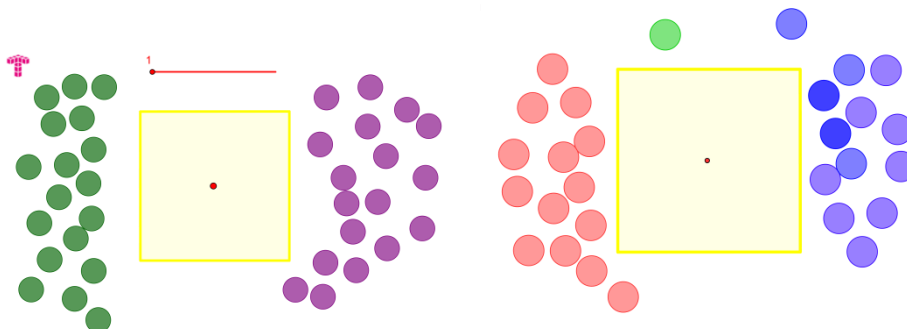
**Задача 7.3.** Открийте стратегия за победа в играта на адрес:

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d24003.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d24003.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d24004.html>

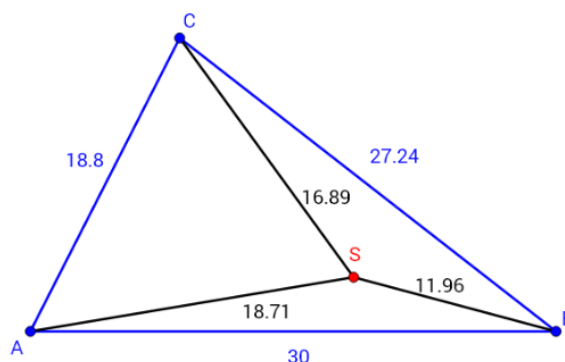
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d24004.html>



**Задача 7.4.** В телекомуникационна компания е постъпила заявка за осигуряване на телевизионен сигнал до три вили—*Кокиче*, *Лале* и *Мак*, разположени наблизо една до друга, но в отдалечено място в планината. Разстоянието между вилите *Кокиче* и *Лале* е 30 м, между *Лале* и *Мак* е 27.24 м, а между *Мак* и *Кокиче* е 18.8 м. Специалисти преценили, че заявката може да се удовлетвори с поставяне на сателитна антена в непосредствена близост до вилите, която да приеме сигнала от сателит и да го предаде до всяка от вилите по отделен кабел. Те преценили и къде да поставят сателитната антена така, че дължината на необходимия кабел за пренос на сигнала до трите вили да е минимална. Колко метра кабел най-малко трябва да вземат със себе си монтажниците, за да изпълнят заявката?

<http://vivacognita.org/forms/view.php?id=22442>

$$18.71+11.96+16.89=47.55$$



Можете да използвате приложения тук файл за експериментално намиране на оптималното положение на антената.

## 8. УСЕТ ЗА (И ПОДОБАВАЩО ОТНОШЕНИЕ КЪМ) КУЛТУРАТА И ИЗЯВЯВАНЕТО

**Задача 8.1.** Открийте закономерности в картини на Ешер. Открийте единичната паркетиреща плочка и многоъгълника, от който е получена тя.

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d25200.ggb>



**Задача 8.2.** Създайте картина в стил Анди Уорхол. Можете да ползвате модели на адресите:

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25006.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25006.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25013.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25013.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25008.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25008.html>



Повече можете да намерите в:

<http://www.math.bas.bg/omi/mascil/task-andywarhol.html>

**Задача 8.3.** Открийте закономерности в картината на Ойген Йост.



<http://mathematik-kalender.uni-bayreuth.de/index.php?id=2783>

**Задача 8.4.** Създайте картина в стил *Оп арт*.

**Задача 8.5.** Опишете симетрията в „Две хубави очи“ на П. Яворов.

**Задача 8.6.** Посочете примери за използване на симетрия при създаване на музикални творби.

**Задача 8.7.** Посочете примери за използване в архитектурата на:

- златното сечение
- спирала
- симетрия

**Задача 8.6.** Посочете геометрични преобразувания в народния танц:



**Задача 8.6.** Посочете критерии за оценка на презентация.

**Задача 8.6.** Представете за 1 минута:

- себе си пред групата
- трудна педагогическа ситуация от практиката Ви и вашето решение
- задача, която е предизвикала интереса Ви.



Препоръчваме да предоставите на учениците ресурсите от *Виртуалния училищен кабинет по математика*.

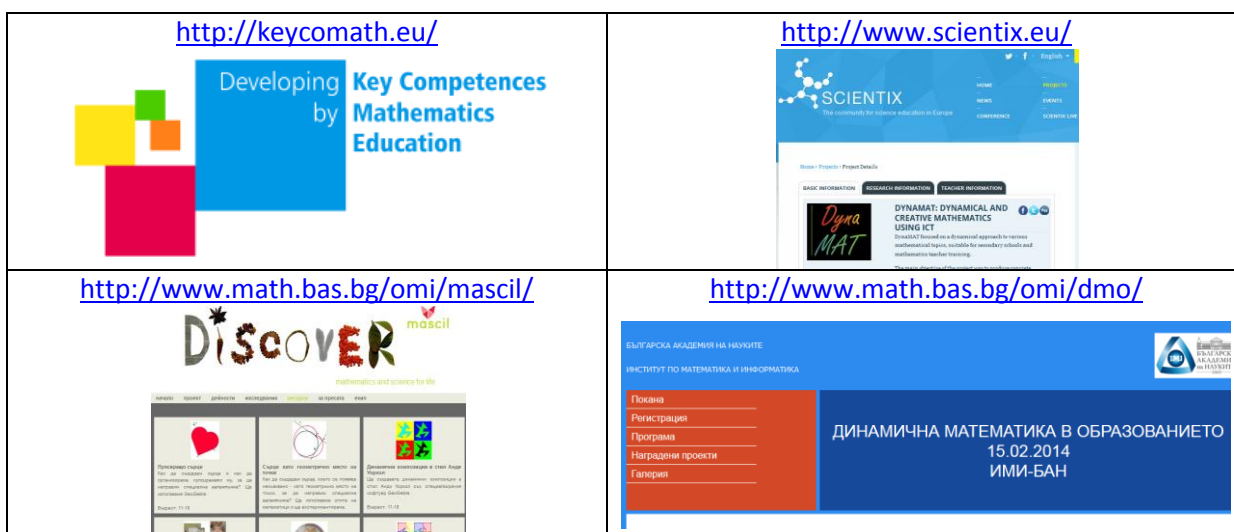


<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/>

Голяма част от динамичните файлове във *Виртуалния училищен кабинет по математика* са разработени със софтуер *Geogebra*. Може да се инсталира последна версия на *Geogebra* (към днешна дата не е с превод на български език), която да се изтегли от [www.geogebra.org/cms/bg/download/](http://www.geogebra.org/cms/bg/download/), или преведена на български език версия, например <http://code.google.com/p/geogebra/downloads/detail?name=GeoGebra-Windows-Installer-4-0-41-0.msi>.

Предоставените файлове могат да се ползват on-line или да се изтеглят. Търсенето може да се осъществява по разделите вляво или по ключова дума или част от дума. За да работите on-line, трябва да имате инсталирана Java (версия, която съответства на операционната система на Вашия компютър).

Основната цел на редица европейски проекти **InnoMathEd**, **Fibonacci**, **DynaMat**, **Math2Earth**, **MaSciL**, **Scientix2**, **KeyCoMath** е да се разработят и внедрят иновативни дидактически концепции и педагогически стратегии, почиващи на използване на технологиите, за съществено подобряване на учебния процес в европейските страни.



## ЛИТЕРАТУРА

1. <http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/>
2. GeoGebra, <http://www.geogebra.org/cms/>
3. <http://www.mascil-project.eu/>
4. <http://www.scientix.eu/web/guest/projects>
5. <http://keycomath.eu/>
6. <http://www.math.bas.bg/omi/Fibonacci/archive.htm>
7. Кендеров, П. Иновации в математическото образование: европейските проекти *InnoMathEd* и *Fibonacci*. 39 Пролетна математическа конференция на СМБ, С., 2010.
8. Baptist, Peter and Dagmar Raab (eds.): *Implementing Inquiry in Mathematics Education*, Bayreuth 2012. ISBN 978-3-00-040752-9
9. Чехларова, Т. Геометрични фигури – изследвания с динамични конструкции. Макрос. 2012. ISBN 978-954-561-279-4 [http://www.math.bas.bg/omi/Fibonacci/docs/book-geom\\_figuri.pdf](http://www.math.bas.bg/omi/Fibonacci/docs/book-geom_figuri.pdf)
10. Чехларова, Т., Е. Сендова. Необикновено за обикновените дробни. Макрос. 2012. ISBN 978-954-561-282-4 <http://www.math.bas.bg/omi/Fibonacci/docs/book-drobi.pdf>
11. Баптист, П., К. Милер, Д. Рааб. Към нов подход към математическото образование. [http://www.math.bas.bg/omi/Fibonacci/docs/SINUS\\_Bg-ver4.pdf](http://www.math.bas.bg/omi/Fibonacci/docs/SINUS_Bg-ver4.pdf)
12. Чехларова, Т., Е. Сендова. Динамично паркетиране. сп. Математика и информатика, бр.6, 2011. С. 5-17, ISSN 1310-2230
13. Чехларова, Т. Зад кулисите сп. Математика, бр. 1. 2012.
14. Chehlarova, T., E. Sendova. Enhancing the inquiry-based learning via reformulating classical problems and dynamic software. Киев: НПУ "М.П. Драгоманов", бр.8, серия 3, 2011.
15. Чехларова, Т., Е. Сендова. Практически задачи и упражнения по информационни технологии. Развий въображението си с развивки. Анубис. 2010.
16. Изследователски подход в образованието по математика. ред. П. Кендеров, Е. Сендова, Регалия 6, С., 2013.
17. Чехларова, Т. Педагогически средства за математическото образование. В: Педагогически форум. Тракийски университет, ДИПКУ, Стара Загора, бр.1. 2013. с. 104-112 ISSN 1314-7986
18. Чехларова, Т., Е. Сендова. Математическият пърформанс – социална игра или образователна технология. 42 ПК на СМБ, С., 2013. с. 159-166 ISSN 1313-3330
19. Кендеров, П., Е. Сендова, Т. Чехларова. Европейският проект MASCIL – математика и природни науки за цял живот! 42. ПК на СМБ, С., 2013.
20. Кендеров, П., Е. Сендова, Т. Чехларова. Развиване на ключови компетентности чрез образованието по математика: Европейският проект *KeyCoMath* 43. ПК на СМБ, С., 2014. с.99-105 ISSN 1313-3330
21. Chehlarova, T., G. Gachev, P. Kenderov, E. Sendova. A Virtual School Mathematics Laboratory. V-та Национална конференция по електронно обучение. Русе, 16-17. 06.2014
22. Кендеров, П., Е. Сендова, Т. Чехларова. Европейският проект MASCIL – математика и природни науки за цял живот!. 42. Пролетна математическа конференция на СМБ, С., 2013. с.183-186 ISSN 1313-3330
23. Чехларова, Т., Е. Сендова. Математическият пърформанс – социална игра или образователна технология. 42 ПК на СМБ, С., 2013. с. 159-166 ISSN 1313-3330
24. [Chehlarova, T., E. Sendova. Finding geometric patterns as a game of dynamic explorations. Scientia iuvenis, Book of Scientific Papers, Scientific guarantee: prof. RNDr. Lubomir Zelenicky, CSc. Slovak republic, Constantine the Philosopher University in Nitra, 2013, pp. 487-494](#)
25. [www.keyttcd.cct.bg/bg/](http://www.keyttcd.cct.bg/bg/)
26. <http://www.keysproject.eu/index.php/en/teaching-resources>